

A.M.	ΕΠΙΘΕΤΟ	ΟΝΟΜΑ	ΕΤΟΣ ΕΓΓΡΑΦΗΣ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
 ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
 ΤΟΜΕΑΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ
 ΚΥΡΙΑΚΟΣ Γ. ΜΑΥΡΙΔΗΣ (ΛΕΚΤΟΡΑΣ)

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΔΙΑΦΟΡΩΝ - ΔΙΑΚΡΙΤΑ ΜΟΝΤΕΛΑ
ΕΝΔΟ-ΕΞΑΜΗΝΙΑΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗ
29 ΜΑΙΟΥ 2017

1. (20%) Έχει παρατηρηθεί ότι η μείωση της μάζας μιας ραδιενεργούς ουσίας με την πάροδο του χρόνου είναι ανάλογη της μάζας που υπήρχε αρχικά. Αν ο χρόνος που χρειάζεται για να απομείνει η μισή μάζα είναι 1600 χρόνια και αν αρχικά υπήρχαν 5 κιλά της ουσίας, βρείτε τον μαθηματικό τύπο ο οποίος δίνει τη μάζα ως συνάρτηση του χρόνου.

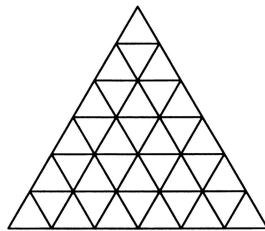
2. (20%) Χρησιμοποιείστε τη μέθοδο του Euler για να προσεγγίσετε την λογιστική διαφορική εξίσωση

$$x'(t) = ax(t)(1 - x(t)), \quad \text{όπου } a \text{ είναι μια σταθερά.}$$

3. (20%) Ας είναι $t, r \in \mathbb{R}$. Αποδείξτε ότι

$$\Delta_t t^r = rt^{r-1} .$$

4. (20%) Χωρίζουμε κάθε πλευρά ενός ισόπλευρου τριγώνου σε n ίσα τμήματα. Στη συνέχεια, με βάση αυτά τα τμήματα, χωρίζουμε το τρίγωνο σε μικρότερα ισόπλευρα τρίγωνα, τα οποία συναποτελούν ολόκληρο το αρχικό τρίγωνο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Πόσα τρίγωνα, όλων των μεγεθών, έχουν σχηματιστεί; Υπολογίζουμε **μόνον** τα τρίγωνα που “δείχνουν” προς τα πάνω.



5. (20%) Βρείτε όλες τις λύσεις της εξίσωσης διαφορών

$$y(t + 4) - 4y(t + 3) + 6y(t + 2) - 8y(t + 1) + 8y(t) = 0, \quad t \in \mathbb{N} .$$